

СПЕКТРАЛЬНАЯ АДАПТАЦИЯ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ К ДИНАМИКЕ ОБЪЕКТОВ ВОДОПОДГОТОВКИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ



Кожевников А.Б.
канд. техн. наук, генеральный директор

ФСП «КРАВТ» (г. Калуга)

Петросян О.П.
канд. физ.-матем. наук, доцент

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана (г. Калуга)

В рамках методологии спектральной оптимизации предложены численно-аналитические алгоритмические процедуры и программа для вычисления решений краевых задач методом наименьших квадратов с поиском таких линейно независимых функций, определяющих искомое приближенное решение, которые обеспечивают наиболее быструю сходимость аппроксимирующего ряда, что позволяет обеспечить наибольшую точность приближения при фиксированном числе членов такого ряда в том числе построить и точное решение, если оно принадлежит выбранному классу линейно независимых функций.

Программа реализуется на персональном компьютере, ее алгоритм запрограммирован на языке Фортран и компилируется в виде отдельного исполняемого двоичного файла. Исходные данные задачи передаются в программный модуль либо по блочно через программные объекты, либо вводятся последовательно в режиме диалога через монитор с помощью клавиатуры. Промежуточные и окончательные результаты счета выдаются на экран монитора.

ВВЕДЕНИЕ

Эффективность метода наименьших квадратов, имеющего широкое применение при решении уравнений математических моделей объектов с распределенными параметрами, существенно зависит от класса линейно независимых функций, аппроксимирующих искомое решение, а также от выбранной их последовательности в аппроксимирующем ряде, что предопределяет скорость сходимости приближения к искомой функции [1,2].

Ниже предлагается перспективная модификация метода наименьших квадратов, решающая эту проблему в рамках методологии спектральной

оптимизации, основные положения которой отражены в [3,4,5], а также алгоритмы и программа ее реализации на ЭВМ. Программа написана на алгоритмическом языке ФОРТРАН 90/95 [6] и позволяет определить аналитическое выражение для искомой функции, являющейся решением краевой задачи для линейного дифференциального уравнения (обыкновенного, либо с частными производными), описывающего соответствующий процесс. Ее основу составляют алгоритмы метода наименьших квадратов [1,2], дополненные алгоритмами методологии спектральной оптимизации приближений при

решении линейных дифференциальных уравнений в частных производных с постоянными и переменными коэффициентами [3,4,7], позволяющей найти приближенное решение исходного дифференциального уравнения в виде быстроходящегося в классе линейно независимых функций ряда. Для применения этой программы к исходной краевой задаче применяется интегральное преобразование (например, преобразование Лапласа [8]) по всем независимым переменным, а затем с помощью программы строится искомое решение в виде ряда по системе линейно независимых функций, определяемых сечениями ядра интегрального преобразования [4] и обеспечивающих наибольшую скорость сходимости приближения к точному решению.

1. КЛАСС РЕШАЕМЫХ ЗАДАЧ

Пусть состояние объекта описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\sum_{i_1=0}^{I_1} \dots \sum_{i_m=0}^{I_m} a_{i_1 \dots i_m}(x) \frac{\partial^{i_1 \dots i_m}}{\partial x_1^{i_1} \dots \partial x_m^{i_m}} z(x) = u(x) \quad (1.1)$$

коэффициенты которого $\{a_{i_1 \dots i_m}(x)\}$ и свободный член $u(x)$ определены в некоторой связной области σ изменения $x = (x_1, \dots, x_m)$. Одна из независимых переменных есть время (например, $x_m = t$). Заданы начальные и граничные условия, обеспечивающие существование и единственность решения уравнения (1.1):

$$\sum_{v=1}^{\mu} B_v z(x) = y_v(x) \Big|_{L^2(\Omega_v)} \quad (1.2)$$

где $x = (x_1, \dots, x_m)$; $\{B_v\}$ — линейные в общем случае нестационарные операторы.

Такое математическое описание имеет достаточно широкий класс технических объектов и систем, как с сосредоточенными, так и с распределенными параметрами [2,3,4,9].

Необходимо найти приближенное выражение для искомой функции $z(x)$ в виде разложения в ряд по системе линейно независимых функций

$$\tilde{z}(x) = \sum_{j=1}^n D_j e(\alpha_j, x) \quad (1.3)$$

где $\{e(\alpha_j, x)\}$ — последовательность функций, линейная независимость которых обеспечивается значениями параметров $\alpha_j = (\alpha_1, \dots, \alpha_m)_j$, $j = 1, 2, \dots$

При этом точность приближения будем оценивать по значению функционала невязки метода наименьших квадратов [1,2], причем ее требуемое значение должно быть достигнуто при минимальном значении n в принятом классе функций.

2. МЕТОДОЛОГИЯ СПЕКТРАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

2.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Изложим основные теоретические положения предлагаемого подхода к решению сформулированных выше краевых задач, описывающих закономерности распределения тепловых, диффузионных и иных полей в пространстве и времени.

Итак, будем искать решение задачи (1.1), (1.2) в виде ряда (1.3), подставив $\tilde{z}(x)$ в исходное дифференциальное уравнение:

$$A\tilde{z}(x) = u(x) \quad (2.1)$$

где A — линейный оператор с частными производными исходного дифференциального уравнения (1.1), и краевые условия:

$$\sum_{v=1}^{\mu} B_v \tilde{z}(x) = y_v(x) \Big|_{L^2(\Omega_v)} \quad (2.2)$$

Причем оценку точности приближения будем осуществлять по значению функционала невязки:

$$I = \|u - A\tilde{z}\|_{L^2(\sigma)}^2 + \sum_{v=1}^{\mu} K_v \|y_v - B_v \tilde{z}\|_{L^2(\Omega_v)}^2 \quad (2.3)$$

где K_v , $v = 1, \dots, \mu$ — весовые коэффициенты.

2.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Выберем класс линейно независимых функций $\{e(\alpha_j, x)\}$.

Пусть известна некоторая базовая функция $E(s, x)$, численные значения параметра $s = s_1, \dots, s_m$ которой позволяют построить систему линейно независимых функций. При этом условии примем:

$$e(\alpha_j, x) = E(s, x) \Big|_{s=\alpha_j}, \quad j = 1, 2, \dots \quad (2.4)$$

Выбор значений этих параметров и их упорядочение поставим в зависимость от условия достижения максимально возможной точности приближения при фиксированном n .

Подставляя в (2.3) выражение для \tilde{z} из (1.3) с учетом (2.4), в силу линейности операторов A и $\{B_v\}$ получим:

$$I = \int_{\sigma} \left[u(x) - \sum_{j=1}^n D_j e_A(\alpha_j, x) \right]^2 dx + \sum_{v=1}^{\mu} K_v \int_{\Omega_v} \left[y_v(x) - \sum_{j=1}^n D_j e_{B_v}(\alpha_j, x) \right]^2 dx_{\Omega_v}, \quad (2.5)$$

где обозначено:

$$\sum_{j=1}^n D_j e_A(\alpha_j, x) = A\tilde{z}(x), \quad (2.6)$$

$$\sum_{j=1}^n D_j e_{B_v}(\alpha_j, x) = B_v \tilde{z}(x), \quad v = 1, \dots, \mu \quad (2.7)$$

Необходимыми и достаточными условиями минимума функционала (2.5) по коэффициентам $\{D_j\}$ при фиксированных значениях параметров $\{\alpha_j\}$ являются:

$$\frac{\partial I}{\partial D_j} = 0, \quad j = 1, \dots, n \quad (2.8)$$

Выполним дифференцирование выражения (2.5) по коэффициентам $\{D_j\}$. В результате получим следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{i=1}^n D_i \left[\Phi_A(\alpha_i, \alpha_j) + \sum_{v=1}^{\mu} K_v \Phi_{B_v}(\alpha_i, \alpha_j) \right] = U(\alpha_j) + \sum_{v=1}^{\mu} K_v Y_v(\alpha_j); \quad j = 1, \dots, n \quad (2.9)$$

где $\Phi_A(\alpha_i, \alpha_j)$, $\Phi_{B_v}(\alpha_i, \alpha_j)$, $U(\alpha_j)$, $Y_v(\alpha_j)$ находят их следующих соотношений:

$$\Phi_A(\alpha_i, \alpha_j) = \int_{\sigma} e_A(\alpha_i, x) e_A(\alpha_j, x) dx; \quad (2.10)$$

$$\Phi_{B_v}(\alpha_i, \alpha_j) = \int_{\Omega_v} e_{B_v}(\alpha_i, x) e_{B_v}(\alpha_j, x) dx_{\Omega_v}; \quad (2.11)$$

$$U(\alpha_j) = \int_{\sigma} u(x) e_A(\alpha_j, x) dx; \quad (2.12)$$

$$\Phi_A(\alpha_i, \alpha_j) = \int_{\sigma} e_A(\alpha_i, x) e_A(\alpha_j, x) dx; \quad v = 1, \dots, \mu \quad (2.13)$$

Определив значения коэффициентов $\{D_j\}$, удовлетворяющие системе (2.9), фактически мы получим решение такой задачи:

$$\min_{\{D_j\}} I(D_1, \dots, D_n). \quad (2.14)$$

2.3. ПЕРЕХОД К НЕЛИНЕЙНОМУ ПРИБЛИЖЕНИЮ

По аналогии с рассуждениями в [4,7] выполним алгебраические преобразования функционала (2.5) для формулировки задач поиска требуемого базиса и построения быстросходящегося приближения.

Возведем в (2.5) подинтегральные выражения в квадрат. С учетом обозначений (2.10)...(2.13) получим:

$$I = \int_{\sigma} [u(x)]^2 dx - 2 \sum_{i=1}^n D_i U(\alpha_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n D_i D_j \Phi_A(\alpha_i, \alpha_j) + \\ + \sum_{v=1}^{\mu} K_v \left[\int_{\Omega_v} [y_v(x)]^2 dx_{\Omega_v} - 2 \sum_{i=1}^n D_i Y_v(\alpha_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n D_i D_j \Phi_{B_v}(\alpha_i, \alpha_j) \right]. \quad (2.15)$$

Преобразуем полученное выражение. Так, если учесть систему (2.9), то можно его упростить на основе следующих соотношений:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n D_i D_j \Phi_A(\alpha_i, \alpha_j) + \sum_{v=1}^{\mu} K_v \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n D_i D_j \Phi_{B_v}(\alpha_i, \alpha_j) = \\ = \sum_{i=1}^n D_i \sum_{j=1}^n D_j \left[\Phi_A(\alpha_i, \alpha_j) + \sum_{v=1}^{\mu} K_v \Phi_{B_v}(\alpha_i, \alpha_j) \right] = \\ = \sum_{i=1}^n D_i \left[U(\alpha_i) + \sum_{v=1}^{\mu} K_v Y_v(\alpha_i) \right] \quad (2.16)$$

Тогда квадратичный функционал приобретает вид:

$$I = \int_{\sigma} [u(x)]^2 dx + \sum_{v=1}^{\mu} K_v \int_{\Omega_v} [y_v(x)]^2 dx_{\Omega_v} - \sum_{i=1}^n D_i \left[U(\alpha_i) + \sum_{v=1}^{\mu} K_v Y_v(\alpha_i) \right] \quad (2.17)$$

После введения обозначения:

$$W = \int_{\sigma} [u(x)]^2 dx + \sum_{v=1}^{\mu} K_v \int_{\Omega_v} [y_v(x)]^2 dx_{\Omega_v} \quad (2.18)$$

Можно записать окончательное его выражение:

$$I(n, \alpha) = W - \sum_{i=1}^n D_i \left[U(\alpha_i) + \sum_{v=1}^{\mu} K_v Y_v(\alpha_i) \right] \quad (2.19)$$

Ввиду того, что $W = \text{const}$ и не влияет на координаты минимума функционала $I(n, \alpha)$, получаем окончательное выражение для функции, координаты минимума которой по $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ дают искомый оптимальный базис, в следующем виде:

$$F(n, \alpha) = - \sum_{i=1}^n D_i \left[U(\alpha_i) + \sum_{v=1}^{\mu} K_v Y_v(\alpha_i) \right] \quad (2.20)$$

Нетрудно заключить, что если система линейно независимых функций $e(\alpha_j, x)$, $j = 1, \dots, \infty$ полна в $L^2(\sigma)$ [10], то из равенства Парсеваля, следует:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [\min F(n, \alpha)] = 0 \quad (2.21)$$

при условии вычисления коэффициентов $\{D_j\}$ из алгебраической системы (2.9). Это позволяет контролировать достигнутую точность приближения, так как значение $F(n, \alpha)$ является мерой этой точности.

2.4. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Перейдем к формулировке задачи нелинейного программирования, обеспечивающей построение требуемого базиса и вычисление искомого быстродходящегося приближения $\tilde{z}(x)$, аналогичной задачам, сформулированным в [4,7].

ЗАДАЧА 2.1

Найти такие значения $n^*, \alpha^* = (\alpha_1^*, \dots, \alpha_n^*)$, что

$$F(n, \alpha^*) = \min_{\alpha \in Q} \left\{ W - \sum_{i=1}^n D_i \left[U(\alpha_i) + \sum_{v=1}^{\mu} K_v Y_v(\alpha_i) \right] \right\}$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^n D_i \left[\Phi_A(\alpha_i, \alpha_j) + \sum_{v=1}^{\mu} K_v \Phi_{B_v}(\alpha_i, \alpha_j) \right] = U(\alpha_j) + \sum_{v=1}^{\mu} K_v Y_v(\alpha_i); \quad j = 1, \dots, n$$

и точности приближения $\delta^* \leq \delta_0$.

В сформулированной выше задаче отсутствует

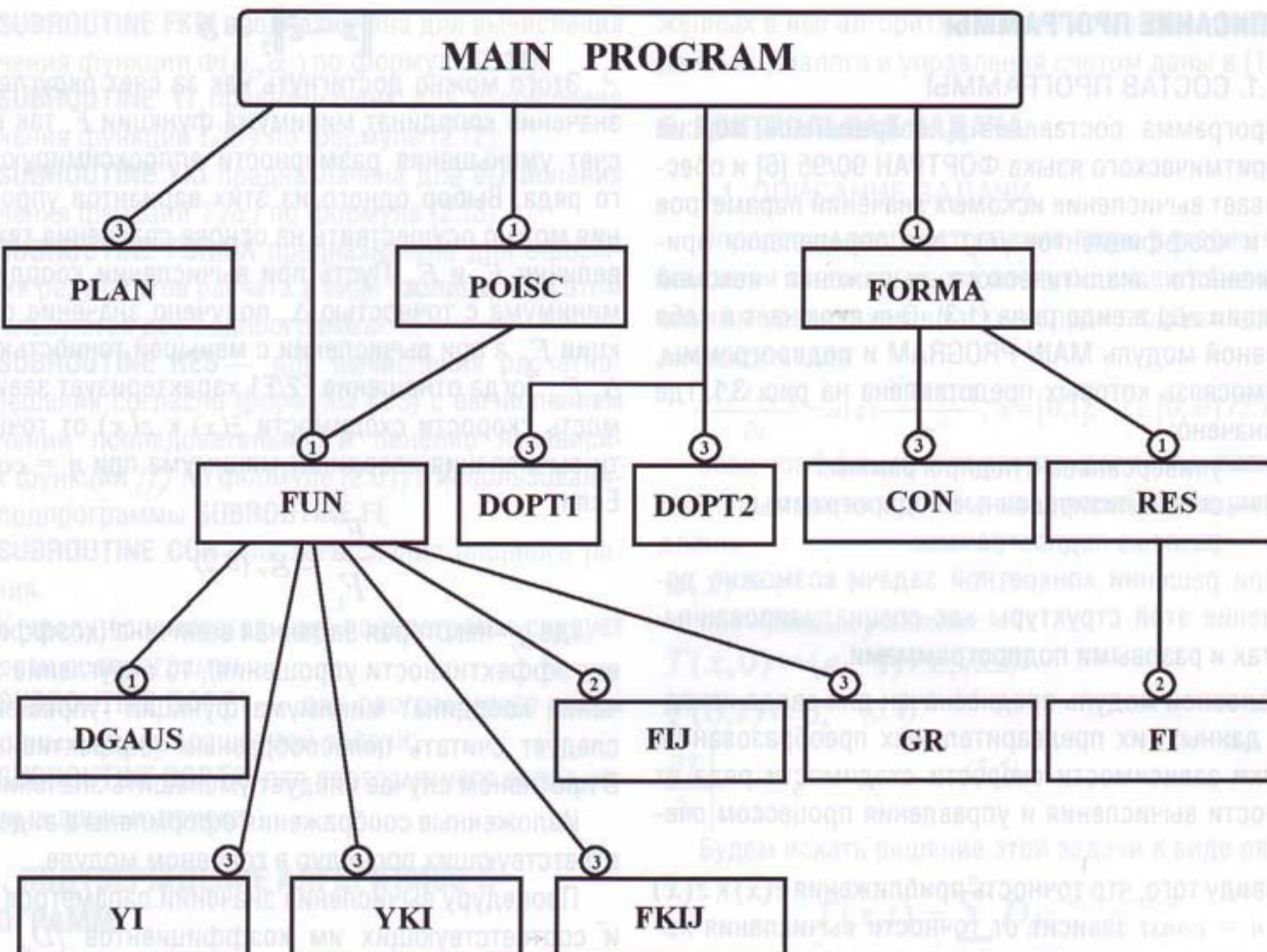


Рисунок 3.1
Структурная схема программы.

ограничение на размерность аппроксимирующего ряда в отличии от аналогичных задач, например, в работе [11]. Это объясняется тем, что представленные там задачи базируются на решении интегрально-го уравнения первого рода. А это ставит их в разряд некорректно поставленных задач с необходимостью использования для их решения алгоритмов с регуляризующими свойствами. Известно, что ограничение размерности подпространства проектирования ($n \leq N$) является одним из способов регуляризации и позволяет наделить алгоритмы решения тех задач регуляризующими свойствами [12].

Некорректность по Тихонову [12] в постановке задач настоящего параграфа отсутствует, а значит отпадает необходимость в ограничении размерности подпространства проектирования в этом смысле.

В предыдущих рассуждениях предполагалось, что каждому аргументу x_1, \dots, x_m каждой линейно независимой функции, входящей в выражение $\tilde{z}(x)$ ставится в соответствие один параметр $\alpha_j = (\alpha_{j1}, \dots, \alpha_{jm})$, $j = 1, \dots, n$. Однако это ограничение можно снять и ввести один или несколько дополнительных па-

метров $\beta_j = (\beta_{j1}, \dots, \beta_{jk})$, $j = 1, \dots, n$, причем k т. и кратно m . Например, в качестве системы линейно независимых функций по одной переменной можно принять систему:

$$\left\{ e^{-\alpha_{1j}x_1} x_1^{\beta_{1j}} \cos(\beta_{2j}x_1 + \beta_{3j}) \right\} (2.22)$$

Очевидно, что увеличение числа таких параметров повышает аппроксимативную гибкость $\tilde{z}(x)$ с точки зрения возможностей достигнуть высокой точности приближения, не прибегая к увеличению числа членов аппроксимирующего ряда (1.3).

Подведем итог. В поставленной задаче для любой системы линейно независимых функций, принятой для построения искомого приближения, гарантируется максимально возможная точность приближения $\tilde{z}(x) \approx z(x)$ при фиксированном n , так как используются все степени свободы $\tilde{z}(x)$ для достижения минимума функционала I , а именно: и параметры $\{\alpha_j\}$, $\{\beta_j\}$ и коэффициенты $\{D_j\}$. А это значит, что требуемая точность приближения будет достигнута при минимальной размерности n подпространства проектирования.

3. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ

3.1. СОСТАВ ПРОГРАММЫ

Программа составлена в современной версии алгоритмического языка ФОРТРАН 90/95 [6] и обеспечивает вычисление искомых значений параметров $\{\alpha_j\}$, и коэффициентов $\{D_j\}$ при определении приближенного аналитического выражения искомой функции $z(x)$ в виде ряда (1.3). Она включает в себя головной модуль MAIN PROGRAM и подпрограммы, взаимосвязь которых представлена на рис. 3.1, где обозначено:

- 1 — универсальные подпрограммы;
- 2 — специализированные подпрограммы;
- 3 — разовые подпрограммы.

При решении конкретной задачи возможно дополнение этой структуры как специализированными, так и разовыми подпрограммами.

Головной модуль предназначен для ввода исходных данных, их предварительных преобразований, оценки зависимости скорости сходимости ряда от точности вычисления и управления процессом счета.

Ввиду того, что точность приближения $\tilde{z}(x)$ к $z(x)$ при $n = const$ зависит от точности вычисления координат минимума функции F то оценить возможность достижения требуемой точности δ , если она не достигнута, можно путем сравнения значения функции F в точке минимума при менее точном и более точном вычислении его координат. Пусть при вычислении координат минимума с точностью Δ , получено значение функции F_1 , а при вычислении с большей точностью до $\Delta_2 F_2$. Тогда отношение F_2/F_1 характеризует зависимость скорости сходимости $\tilde{z}(x)$ к $z(x)$ от точности вычисления координат минимума при $n = const$. Если:

$$\frac{F_2}{F_1} \geq s_l \quad (3.1)$$

где $F_1 < 0$ и $F_2 < 0$, а s_l — некоторая заданная величина (коэффициент эффективности усложнения), то вычисление координат минимума с большей точностью (усложнение) следует считать целесообразным (эффективным). В противном случае следует увеличить значение n .

Если при некотором значении n достигается точность приближения, превышающая требуемое значение δ , т.е.:

$$\|z - \tilde{z}\|_2 < \delta,$$

то ее желательно приблизить к δ ввиду того, что достаточно выполнения условия:

$$\|z - \tilde{z}\|_2 = \delta$$

Этого можно достигнуть как за счет округления значения координат минимума функции F , так и за счет уменьшения размерности аппроксимирующего ряда. Выбор одного из этих вариантов упрощения можно осуществить на основе сравнения тех же величин F_1 и F_2 . Пусть при вычислении координат минимума с точностью Δ , получено значение функции F_1 , а при вычислении с меньшей точностью до $\Delta_2 F_2$. Тогда отношение F_2/F_1 характеризует зависимость скорости сходимости $\tilde{z}(x)$ к $z(x)$ от точности вычисления координат минимума при $n = const$. Если:

$$\frac{F_2}{F_1} \geq g_r \quad (3.2)$$

где g_r — некоторая заданная величина (коэффициент эффективности упрощения), то округление значений координат минимума функции (упрощение) следует считать целесообразным (эффективным). В противном случае следует уменьшить значение n .

Изложенные соображения оформлены в виде соответствующих процедур в головном модуле.

Процедуру вычисления значений параметров $\{\alpha_j\}$ и соответствующих им коэффициентов $\{D_j\}$ при фиксированном значении n в дальнейшем тексте будем называть циклом головного модуля.

В пределах одного цикла можно осуществлять поиск минимума из желаемой точки, повторить поиск с уточнением или округлением найденных значений координат минимума функции F . Таким образом программой предусматривается два варианта вычисления параметров аппроксимирующего ряда в соответствии с основным и упрощенным алгоритмами и три вида поиска минимума в каждом варианте: поиск из желаемой точки, уточнение координат минимума (усложнение ряда) и округление минимума (упрощение ряда).

Дадим краткое определение каждой из подпрограмм (SUBROUTINE).

SUBROUTINE POIS предназначена для отыскания минимума функции $F(n, \alpha)$, задаваемой подпрограммой **SUBROUTINE FUN**.

SUBROUTINE DGAUS предназначена для решения системы алгебраических уравнений (2.9) методом Гаусса [1].

SUBROUTINE GR предназначена для вычисления функции ограничений;

SUBROUTINE FIJ предназначена для вычисления значения функции $\Phi(\alpha_i, \alpha_j)$ по формуле (2.10);

SUBROUTINE FKIJ предназначена для вычисления значения функции $\Phi(\alpha_i, \alpha_j)$ по формуле (2.11);

SUBROUTINE YI предназначена для вычисления значения функции $U(\alpha_i)$ по формуле (2.12);

SUBROUTINE YKI предназначена для вычисления значения функции $Y(\alpha_i)$ по формуле (2.13).

SUBROUTINE FORMA предназначена для оформления результатов расчета в виде таблицы, при этом используются две подпрограммы:

SUBROUTINE RES — для вычисления расчетного решения согласно формулы (1.3) с вычислением значений последовательности линейно независимых функций $\{f_j\}$ по формуле (2.31) с использованием подпрограммы **SUBROUTINE FI**;

SUBROUTINE CON — для вычисления опорного решения.

К числу вспомогательных подпрограмм следует отнести подпрограммы:

SUBROUTINE DOPT1 — для программного ввода исходных данных решаемой задачи;

SUBROUTINE DOPT2 — для программного ввода исходных данных поиска.

3.5. ПОДТВЕРЖДЕНИЕ АЛГОРИТМОВ И ПРОГРАММ

Разработанные алгоритмы и описанное выше программное обеспечение прошли отладку на современных компьютерах и апробированы при решении контрольных и практических задач, представленных в [2,3,4,7,9]. Полученные результаты свидетельствуют о том, что сформулированная выше задача 2.1 как задача нелинейного программирования достаточно эффективна с точки зрения результатов счета, так как построенные ряды обеспечивают быструю сходимость приближений к искомым функциям. Это гарантирует достоверность результатов при небольших значениях n практически независимо от выбранного класса линейно независимых функций, аппроксимирующих искомое решение именно ввиду того, что базисные системы элементов как результат решения этой задачи являются оптимальными с точки зрения максимальной точности приближения при фиксированном значении n . Такие результаты свидетельствуют о том, что принятая методология расчета динамических характеристик гарантирует достижение требуемой точности приближения при малом значении n .

4. ТЕКСТ ПРОГРАММЫ

Текст программы и подробное описание зало-

женных в нее алгоритмов, режимов ввода исходных данных, диалога и управления счетом даны в [13].

5. КОНТРОЛЬНАЯ ЗАДАЧА

5.1. ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

Определим распространение тепла в стержне при описании этого процесса следующим дифференциальным уравнением в частных производных параболического типа:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a(x) \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}, \quad x \in [0,1], \quad t \in [0, \infty) \quad (5.1)$$

если коэффициент температуропроводности материала стержня является следующей функцией его длины:

$$a(x) = e^x - 1 \quad (5.2)$$

при краевых условиях:

$$T(x,0) = (e-1)/e; \quad (5.3)$$

$$T(0,t) = 0; \quad (5.4)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=1} = e^{-(t+1)} \quad (5.5)$$

Будем искать решение этой задачи в виде ряда:

$$\tilde{T}(x,t) = \sum_{i=1}^n D_i e^{-\alpha_{1i} x} e^{-\alpha_{2i} t}$$

используя формулировку задачи 2.1.

Результаты решения при $n = 2$ приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1

| j | α_{1j} | α_{2j} | D_j |
|-----|---------------|---------------|-------|
| 1 | 0,0 | 1,0 | 1,0 |
| 2 | 1,0 | 1,0 | -1,0 |

Отметим, что при $n = 2$ получено точное решение задачи. Действительно, сформулированная выше задача имеет следующее точное решение:

$$T(x,t) = (1 - e^{-x}) e^{-t} \quad (5.6)$$

что совпадает при $n = 2$ с построенным рядом, т.е. $\tilde{T}(x,t) = T(x,t)$, а значение W , вычисляемое по формуле (2.18) в данном случае равно: $W = 0,2357589$. Аналогичное численное значение, но со знаком минус имеет функция $F(n,\alpha)$ при $n = 2$, что свидетельствует о правильности счета программы.

Для подтверждения вышеуказанных результатов ниже дается печать результатов счета с компьютера, из которой следует полное совпадение расчетного решения с опорным (точным) решением рассмотренной задачи (жирным шрифтом выделены элементы режима диалога в процессе счета).

ТАБЛИЦА 5.2
РАСЧЕТНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ РЕШЕНИЯ
ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ВСЕХ ФУНКЦИЙ АППРОКСИМИРУЮЩЕГО РЯДА

| I | J | $\alpha (I, J)$ | D (J) |
|---|---|-----------------|------------------|
| 1 | 1 | 0.0000E+00 | 0.100000000E+01 |
| 2 | 1 | 0.1000E+01 | |
| 1 | 2 | 0.1000E+01 | -0.100000000E+01 |
| 2 | 2 | 0.1000E+01 | |

ТАБЛИЦА 5.3
РЕЗУЛЬТАТ ПРИБЛИЖЕНИЯ ПРИ N = 2

| значения переменных: | расчетное | | опорное | оценка |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| t | x | решение | решение | точности |
| 0.000E+00 | 0.000E+00 | 0.000E+00 | 0.000E+00 | 0.000E+00 |
| 0.000E+00 | 0.200E+00 | 0.181E+00 | 0.181E+00 | 0.000E+00 |
| 0.000E+00 | 0.400E+00 | 0.330E+00 | 0.330E+00 | 0.000E+00 |
| 0.000E+00 | 0.600E+00 | 0.451E+00 | 0.451E+00 | 0.000E+00 |
| 0.000E+00 | 0.800E+00 | 0.551E+00 | 0.551E+00 | 0.000E+00 |
| 0.000E+00 | 0.100E+01 | 0.632E+00 | 0.632E+00 | 0.000E+00 |
| 0.500E+01 | 0.000E+00 | 0.000E+00 | 0.000E+00 | 0.000E+00 |
| 0.500E+01 | 0.200E+00 | 0.122E-02 | 0.122E-02 | 0.000E+00 |
| 0.500E+01 | 0.400E+00 | 0.222E-02 | 0.222E-02 | 0.000E+00 |
| 0.500E+01 | 0.600E+00 | 0.304E-02 | 0.304E-02 | 0.000E+00 |
| 0.500E+01 | 0.800E+00 | 0.371E-02 | 0.371E-02 | 0.000E+00 |
| 0.500E+01 | 0.100E+01 | 0.426E-02 | 0.426E-02 | 0.000E+00 |
| 0.100E+02 | 0.000E+00 | 0.000E+00 | 0.000E+00 | 0.000E+00 |
| 0.100E+02 | 0.200E+00 | 0.823E-05 | 0.823E-05 | 0.000E+00 |
| 0.100E+02 | 0.400E+00 | 0.150E-04 | 0.150E-04 | 0.000E+00 |
| 0.100E+02 | 0.600E+00 | 0.205E-04 | 0.205E-04 | 0.000E+00 |
| 0.100E+02 | 0.800E+00 | 0.250E-04 | 0.250E-04 | 0.000E+00 |
| 0.100E+02 | 0.100E+01 | 0.287E-04 | 0.287E-04 | 0.000E+00 |
| 0.150E+02 | 0.000E+00 | 0.000E+00 | 0.000E+00 | 0.000E+00 |
| 0.150E+02 | 0.200E+00 | 0.555E-07 | 0.555E-07 | 0.000E+00 |
| 0.150E+02 | 0.400E+00 | 0.101E-06 | 0.101E-06 | 0.000E+00 |
| 0.150E+02 | 0.600E+00 | 0.138E-06 | 0.138E-06 | 0.000E+00 |
| 0.150E+02 | 0.800E+00 | 0.168E-06 | 0.168E-06 | 0.000E+00 |
| 0.150E+02 | 0.100E+01 | 0.193E-06 | 0.193E-06 | 0.000E+00 |
| 0.200E+02 | 0.000E+00 | 0.000E+00 | 0.000E+00 | 0.000E+00 |
| 0.200E+02 | 0.200E+00 | 0.374E-09 | 0.374E-09 | 0.000E+00 |
| 0.200E+02 | 0.400E+00 | 0.680E-09 | 0.680E-09 | 0.000E+00 |
| 0.200E+02 | 0.600E+00 | 0.930E-09 | 0.930E-09 | 0.000E+00 |
| 0.200E+02 | 0.800E+00 | 0.114E-08 | 0.114E-08 | 0.000E+00 |
| 0.200E+02 | 0.100E+01 | 0.130E-08 | 0.130E-08 | 0.000E+00 |

Максимальное приведенное уклонение = 0.000E+00

Максимальное абсолютное уклонение = 0.000E+00

в точке с координатами : t = 0.200E+02

x = 0.100E+01

Среднее квадратичное уклонение = 0.000E+00

Значение критерия качества F(S, P) = -0.236E+00

ТРЕБУЕМОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДОСТИГНУТО
КОНЕЦ ?
1
***** КОНЕЦ РАБОТЫ *****
ПЕЧАТЬ РЕЗУЛЬТАТА И ==> НАЖМИТЕ КЛАВИШУ <Enter>

ЛИТЕРАТУРА:

1. Корн Г. и Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М.: Наука, 1968. — 720 с.
2. Кошляков Н.С., Глинэр Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. — М.: Высшая школа, 1970. — 712 с.
3. Кожевников А.Б., Петросян О.П. Динамика инжекционных и эжекционных процессов массопереноса в технологических процессах водоподготовки. — Водоочистка, Водоподготовка, Водоснабжение, 2010/5, С. 18-24.
4. Кожевников А.Б., Петросян О.П. Численно-аналитический расчет динамических характеристик объектов водоподготовки с гарантией корректности результата. — Водоочистка, Водоподготовка, Водоснабжение, 2010/7, С. 38-46.
5. Кожевников А.Б. Сжатие данных при автоматизации процессов водоподготовки // Материалы IV Международной научно-практической конференции «Технологии очистки воды «ТЕХНОВОД-2008», г. Калуга, 2008.- С. 57-61.
6. Горелик А.М. Программирование на современном Фортране. — М.: Финансы и статистика, 2006.- 352 с.
7. Кожевников А.Б. Программа спектральной оптимизации в классе неортогональных базисов. — М.: Роспатент, св. гос. рег. №2010612879, 2010.- 59 с.
8. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. — М.: Наука, 1965. — 288 с.
9. Мартыненко Н.А., Пустыльников Л.М. Конечные интегральные преобразования и их применение к исследованию систем с распределенными параметрами: Справочное пособие / Под ред. А.Г. Бутковского. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1986.—304 с.
10. Вулих Б.З. Введение в функциональный анализ. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука, 1967. — 416с.
11. Кожевников А.Б. Программа спектральной оптимизации ортонормированных базисов при решении краевых задач. — М.: Роспатент, св. гос. рег. №2010614420, 2010.- 67 с.
12. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1974.— 224с.
13. Кожевников А.Б. Программа спектральной оптимизации для метода наименьших квадратов. — М.: Роспатент, св. гос. рег. №2010615250, 2010.- 51 с.

НОВОСТИ НОВОСТИ НОВОСТИ НОВОСТИ НОВОСТИ НОВОСТИ НОВОСТИ



ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ВОДОВОД ЧЕБАРКУЛЯ ЧЕЛЯБИНСКОЙ ОБЛАСТИ ИЗНОШЕН НА 80%

Город Чебаркуль Челябинской области рискует остаться без воды. Центральный водовод, от которого зависят не только жилые дома, но и все социальные объекты, по результатам последней экспертизы изношен на 80%.

Чебаркуль рискует остаться без воды. Центральный водовод, от которого зависят не только жилые дома, но и все социальные объекты, по результатам последней экспертизы изношен на 80%.

Водовод был проложен почти 40 лет назад. С тех пор здесь не было капитального ремонта. Коммунальщики заявляют, что труба почти полностью разъедена ржавчиной, и временное латание дыр не исправит ситуацию. Старший мастер аварийной бригады водоканала Чебаркуля Николай Скрипник говорит: "С каждым годом количество аварий все время увеличивается. Пока мы ликвидируем эти аварии, но года через 3-4 аварии будут случаться чаще, и подача воды будет, как в прошлую субботу".

Центральному водоводу требуется немедленный ремонт, который, по предварительным подсчетам, обойдется городу не в один миллион рублей. Однако сейчас муниципалитет такими средствами не располагает. Коммунальщики уже заявили, что в случае аварии весь Чебаркуль может остаться без воды.