

РАСЧЕТ ДИНАМИКИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПО ВОДНОЙ СЕТИ ЗОН ЗАГРЯЗНЕНИЯ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ УСЛОВИЯХ



Кожевников А.Б.



Петросян О.П.

Кожевников А.Б.,

канд. техн. наук, генеральный директор ФСП
«КРАВТ» (г. Калуга).

Петросян О.П.,

канд. физ.-мат. наук, доцент КФ МГТУ им. Н. Э. Баумана (г. Калуга)



КЛАСС РЕШАЕМЫХ ЗАДАЧ. В целях своевременного и качественного прогнозирования загрязнения больших и малых водоемов в результате в общем случае нестационарных как аварийных, так и контролируемых сбросов промышленного и антропогенного характера необходимо иметь возможность математического моделирования таких процессов и располагать математическим аппаратом, позволяющим найти решение уравнений математической модели. Основу описания таких процессов составляет дифференциальное уравнение диффузии [1], которое чаще всего записывают в виде:

$$dz/dt = \operatorname{div}(D \operatorname{grad} z) - Hz + F(t),$$

где $z(x, t)$ — концентрация вещества в точке $x = (x_1, x_2, x_3)$ среды в момент времени t ; D — коэффициент диффузии; H — коэффициент неконсервативности (коэффициент поглощения), а F — интенсивность источников вещества. Величины D , H и F обычно являются функциями x и t , а также могут зависеть от концентрации $z(x, t)$. В последнем случае уравнение (1) становится нелинейным. Наиболее полно исследовано линейное дифференциальное уравнение диффузии, когда коэффициент диффузии D и поглощения H — постоянные величины. В этом случае уравнение (1) является уравнением параболического типа, для которого в математической физике разработаны различные методы решения: метод разделения переменных, метод источников или функций Грина, метод интегральных преобразований, метод наименьших квадратов и другие. Для выделения единственного решения линейного уравнения (1) необходимо также задать начальные и граничные условия (если диффундирующее вещество заполняет конечную область Ω , ограниченную поверхностью $\partial\Omega$). Обычно рассматривают следующие граничные условия:

1) на границе Ω поддерживается заданное распределение вещества $z_0(x, t)$:

$$z(x, t)|_{x \in \partial\Omega} = z_0(x, t);$$



2) на Ω поддерживается заданная плотность потока вещества, входящего в V через Ω :

$$-D \frac{\partial z(x,t)}{\partial n} \Big|_{x \in \Omega} = z_1(x,t),$$

где n — внутренняя нормаль к поверхности Ω ;

3) Ω полупроницаема, и диффузия во внешнюю среду с заданной концентрацией $u_0(x,t)$

через Ω происходит по линейному закону:

$$k \frac{\partial z(x,t)}{\partial n} + h[z(x,t) - z_0(x,t)] \Big|_{x \in \Omega} = 0.$$

Простейшее дифференциальное уравнение диффузии

$$\frac{\partial z(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial x^2}; \quad t \in [0, \infty), \quad x \in (-\infty, \infty)$$

с начальным условием $z(x,t) = \psi(x)$ имеет решение вида

$$z(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x,x^1,t) \psi(x^1) dx^1,$$

где $G(x,x^1,t) = (4\pi Dt)^{-1/2} \exp[-(x-x^1)^2 / 4Dt]$ есть фундаментальное решение дифференциального уравнения (1).

Но это — простейший вариант описания интересующего нас процесса. Именно такой его вариант рассмотрен в работе [2]. Получено идентичное решение, но путем применения преобразования Лапласа.

В то же время математическая модель динамики распространения загрязнений водотоков должна быть как можно более адекватна реальным физическим процессам. Эта реальность образно отражена на рис.1.

К этому добавим, что ход руслового процесса во многом определяется кинематическими и турбулентными характеристиками водного потока и развитие системы «водный поток — русло» происходит в условиях действия на нее множества факторов, что к тому же усложняет структуру русла, что не отражено в рис.1, и существенно влияет на характеристики основного потока и потока с загрязнениями [3], т.е. на величины D , H и F , делая их принципиально изменяющимися в пространстве и во времени. Так на основе модельных экспериментов определено принципиальное изменение числа Рейнольдса в створе физической модели русло-



Рис.1. Распространение в потоке введенных загрязнений.

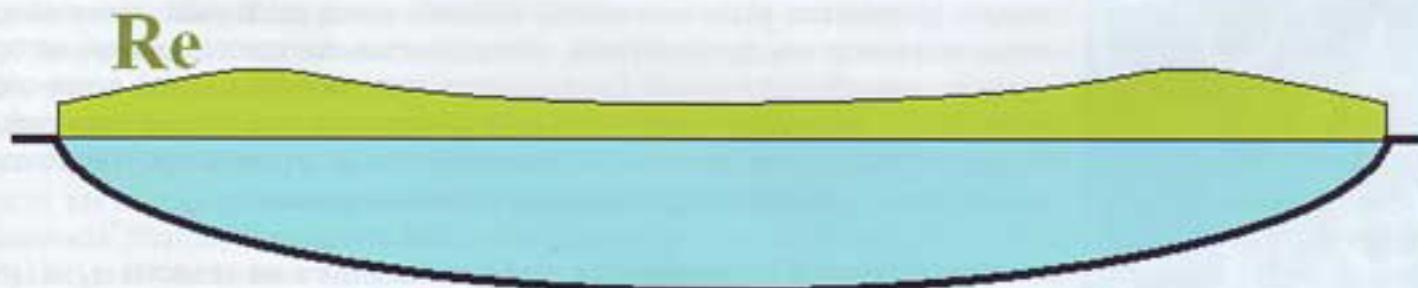


Рис.2. Изменение числа Рейнольдса в створе руслового потока.



вого потока (рис. 2), что влечет и изменение коэффициента диффузии.

Более того, многочисленные экспериментальные результаты показывают, что установившийся турбулентный русловой поток не является однородным по своей русловой структуре и распадается на отдельные турбулентные струи, свойства которых индивидуальны по составу вихрей [4]. Такое представление о структуре потока объясняет сложность картины распространения в потоке введенных загрязнений и изменение его характеристик.

Методы решения уравнения (1) с переменным коэффициентом диффузии, т. е. $D=D(x, t)$, менее развиты. Еще большие трудности возникают, если в этом уравнении появляются и являются нестационарными коэффициент неконсервативности $H=H(x, t)$ и интенсивность источников вещества $F=F(x, t)$. Решение таких уравнений диффузии в подавляющем большинстве случаев является приближенным и при их решении используются различные аналитические методы, так как каждый из них адаптирован к определенному виду исходной краевой задачи. В этих условиях весьма актуально предложение по методу решения дифференциального уравнения (1) при изменении входящих в него параметров, краевых условий и внешних воздействий в пространстве и во времени и гарантирующему корректность результата. Именно этим требованиям отвечает излагаемый ниже численно-аналитический метод решения краевых задач такого класса, базирующийся на методологии спектральной оптимизации [5, 6].

ФОРМУЛИРОВКА ИСХОДНОЙ ЗАДАЧИ. Пусть состояние объекта описывается следующим дифференциальным уравнением

$$\sum_{i_1=0}^{I_1} \dots \sum_{i_m=0}^{I_m} a_{i_1 \dots i_m}(x) \frac{\partial^{i_1 \dots i_m}}{\partial x_1^{i_1} \dots \partial x_m^{i_m}} z(x) = y(x) \quad (2),$$

коэффициенты которого $\{a_{i_1 \dots i_m}(x)\}$ и свободный член $y(x)$ определены в некоторой связной области Ω изменения $x=(x_1, \dots, x_m)$, $m \leq 4$. Одна из независимых переменных есть время (например, $x_m=t$). Заданы начальные и граничные условия, обеспечивающие существование и единственность решения уравнения (2):

$$R_j(x, \partial)z(x) = r_j(x)|_{x \in \Omega}, \quad j = 1 \dots v \quad (3),$$

где $x=(x_1, \dots, x_m)$; (R_j) — линейные в общем случае нестационарные операторы.

Такое математическое описание охватывает достаточно широкий спектр вариантов дифференциального уравнения диффузии (1) и краевых условий, описывающих стационарные и нестационарные процессы

диффузии, изменяющиеся как в пространстве, так и во времени.

Необходимо найти приближенное выражение для искомой функции $z(x)$ в виде разложения в ряд либо по системе ортонормированных функций

$$\tilde{z}(x) = \sum_{i=1}^n \tilde{C}_i \phi_i(x) \quad (4),$$

либо по системе линейно независимых функций

$$\tilde{z}(x) = \sum_{i=1}^n D_i f_i(x) \quad (5),$$

где $\{\phi_i\}$ — ортонормированный базис в классе линейно независимых функций $\{f_i\}$.

При этом требуемая точность приближения

$$\|z(x) - \tilde{z}(x)\| \leq \delta$$

должна быть достигнута при минимальном значении n в принятом классе функций.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КРАЕВОЙ

ЗАДАЧИ. Преобразуем дифференциальное уравнение (2) в область комплексных переменных при помощи непосредственного применения к нему m -кратного неспециального интегрального преобразования. Учитывая полученные при этом соотношения между краевыми значениями искомой функции и ее производных, введем в преобразованное уравнение заданные краевые условия (3), выполнив требуемые для этого интегральные преобразования над ними. Если вид коэффициентов исходного дифференциального уравнения (2) и краевых условий (3) позволяет вместо интегрирования в комплексной области воспользоваться табличными формулами, то в итоге получим

$$\int K_0(s, x) z(x) dx = Y_0(s) \quad (6).$$

причем

$$Y_0(s) = U(s) + \Phi_0(s) + \Psi_0(s)$$

и $K_0(s, x) \in L_2(\sigma)$ при $\operatorname{Re} s_v \in S_v, v = 1, \dots, m$.

Здесь $s = (s_1, \dots, s_m)$ — параметр m -кратного интегрального преобразования; $K_0(s, x)$ — ядро уравнения (6) имеющее следующий функциональный вид:

$$K_0(s, x) = h(s, x) B(s, x).$$



Здесь $h(s, x) = h_1(s_1, x_1) \dots h_m(s_m, x_m)$ — ядро m -кратного интегрального преобразования; $h_v(s_v, x_v)$ — ядро интегрального преобразования по одной независимой переменной x_v , $v=1, \dots, m$; $B(s, x)$ — некоторая известная функция, определяемая структурой левой части уравнения (2); $U(s)$ — изображение функции $u(x)$; $\Phi_0(s)$ — изображение функции, зависящей от заданных краевых условий (3); $\Phi(s)$ — изображение функции, зависящей от незаданных, т.е. «лишних» граничных условий. В дальнейшем нас будет интересовать лишь область вещественных значений параметра $s=(s_1, \dots, s_m)$, поэтому будем считать, что $s_v \in S_v$, $v=1, \dots, m$ и $s \in S$, где $S=(S_1, \dots, S_m)$.

Отметим, что функция $\Phi(s)$ может и отсутствовать в (6). Это справедливо прежде всего в том случае, когда исходная задача (2), (3) есть задача Коши [8] и системой (3) задаются начальные условия, а также в тех случаях, когда ядро принятого интегрального преобразования соответствует ядру, полученному методами конечных интегральных преобразований [9].

Рассмотрим возможности преодоления этих трудностей в ходе дальнейших преобразований интегрального уравнения (6) и предложим несколько способов решения проблемы «лишних» граничных функций.

КОРРЕКТИРОВКА ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ.

Из анализа интегрального уравнения (6) следует, что изображения граничных по переменной x_v значений искомой функции и ее производных не зависят от параметра интегрального преобразования s_v , т.е.

$$s\Omega = (s_1, \dots, s_{v-1}, s_v - I, s_v + I, \dots, s_m), \quad v=1, \dots, m.$$

Следовательно, присваивая каждому параметру s_v некоторые вещественные значения $\{p_{vi}\}$ из области S_v , $v=1, \dots, m$, $i=1, 2, \dots$, можно составить системы из алгебраических уравнений, имеющих единственное решение относительно неизвестных $\{Z_{ij}\}$, что позволит выразить эти неизвестные «лишние» граничные функции через известные и $z(x)$ и привести интегральное уравнение (6) к виду

$$\int_{\sigma} K(q, x) z(x) dx = Y(q), \quad q \in Q, \quad (7).$$

где $Y(q)$ не зависит от «лишних» граничных функций и $q=(s, p)$ — многомерный параметр, включающий m -мерный параметр $s=(s_1, \dots, s_m)$ и совокупность $\{p_{vi}\}$, образующую параметр p .

В [6] изложены и иные способы решения этой проблемы.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ БАЗИСОВ. Итак, используя вышеизложенные процедуры, в итоге получим следующее интегральное уравнение

$$\int_{\sigma} K(q, x) z(x) dx = Y(q) \quad (x \in \sigma, q \in Q),$$

где $q=(s, p)$; $p=(p_1, \dots, p_r)$ — векторный параметр, появление которого связано с решением проблемы «лишних» граничных значений; $Y(q)$ — известная функция. Вектор q имеет размерность $M=m+r$. Построим последовательность функций $\{f_j\}$, присваивая составляющим вектора q вещественные значения, т.е.

$$f_j(x) = f(\alpha_j, x) = K(q, x) \Big|_{q=\alpha_j} \quad (j=1, 2, \dots) \quad (8).$$

Совокупность этих последовательностей образует систему сечений $E=\{f(\alpha_j, x)\}$. Ортогонализация такой последовательности функций (например, по методу Грамма-Шмидта) [7] дает

$$\phi_i(\beta_i, x) = \sum_{j=1}^n C_{ij}(\alpha_1, \dots, \alpha_n) f(\alpha_j, x) \quad (9),$$

где $\{\alpha_j\}=\{(\alpha_{1j}, \dots, \alpha_{nj})\}$ — совокупность параметров линейной независимости функций f_j ($j=1, 2, \dots$); $\{\beta_i\}=\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$; $\{C_{ij}\}$ — коэффициенты ортогонализации, вычисляемые по формулам:

$$\text{при } n=1: \quad C_{11} = \frac{1}{\sqrt{\Phi_{11}}} ;$$

при $n=2, 3, \dots$

$$C_{ni} = - \frac{\sum_{j=1}^{n-1} C_{ji} A_{nj}}{\sqrt{\Phi_{nn} - \sum_{j=1}^{n-1} A_{nj}^2}} \quad (i=1, \dots, n-1);$$

$$C_{nn} = \frac{1}{\sqrt{\Phi_{nn} - \sum_{j=1}^{n-1} A_{nj}^2}}.$$

Здесь

$$\Phi_{ij} = \int_{\sigma} K(\alpha_i, x) K(\alpha_j, x) dx;$$

$$A_{nj} = \sum_{v=1}^r C_{nv} \Phi_{vv}.$$



При этом коэффициенты Фурье $\{\tilde{C}_i\}$ функции $z(x)$ относительно системы $\{\phi_i\}$, доставляющие абсолютный минимум функционалу

$$J = \left\| z(x) - \sum_{i=1}^n \tilde{C}_i \phi_i(x) \right\|_2^2,$$

вычисляются по известным моментам искомой функции [7]:

$$\tilde{C}_i = \sum_{j=1}^l C_j \int_{\sigma} f_j(x) z(x) dx = \sum_{j=1}^l C_j (\alpha_1, \dots, \alpha_l) Y(\alpha_j), \quad \alpha_i \in Q, \quad i = 1, \dots, n.$$

При этих условиях задача решения уравнения (2) при краевых условиях (3) сводится к задаче суммирования ряда Фурье с приближенно известными коэффициентами, т.к. $Y(q)$ известна приближенно, т.е.

$$\int_{\sigma} \phi_i(\beta_i, x) z(x) dx = \tilde{C}_i \quad (i = 1, 2, \dots).$$

где $\tilde{C}_i = \sum_{j=1}^l C_j (\alpha_1, \dots, \alpha_l) Y(\alpha_j)$.

Суммирование будет устойчивым, если значение n брать согласованным с погрешностью исходных данных ε , т.е. $n \leq N(\varepsilon)$. Такой подход и принят в алгоритме решения задачи.

В этом случае преобразования квадратичного функционала

$$J = \|z(x) - \tilde{z}(x)\|_2^2 - \int_{\sigma} \left[z(x) - \sum_{i=1}^n \tilde{C}_i \phi_i(x) \right]^2 dx$$

с учетом свойства ортонормированности системы $\{\phi_i\}$ дают

$$J = \int_{\sigma} [\tilde{z}(x)]^2 dx - \sum_{i=1}^n \tilde{C}_i^2.$$

А так как

$$\int_{\sigma} [\tilde{z}(x)]^2 dx = const,$$

то эквивалентная ему по экстремальным свойствам функция F имеет вид

$$F = - \sum_{i=1}^n \tilde{C}_i^2 = - \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^l C_j (\alpha_1, \dots, \alpha_l) Y(\alpha_j) \right]^2 \quad (10).$$

Точка глобального минимума функции (10) при заданных ограничениях на параметры $\{\alpha_i\}$, как независимые переменные, определяет такие значения этих параметров $\{\alpha_i^*\}$, что построенный ортонормированный базис

$$\{\phi_i^*\} = \{\phi_i(\beta_i^*, x)\},$$

где $\{\beta_i^*\} = \{\alpha_1^*, \dots, \alpha_l^*\}$, обеспечит наибольшую скорость сходимости ряда (1.3) и соответственно (1.4) к $z(x)$, так как

$$D_i = \sum_{j=1}^l \tilde{C}_j b_{ji}.$$

Отсюда следует, что найдется такая числовая последовательность $\{\alpha_v^k\}$ при фиксированном $n_k \leq N(\varepsilon)$, где k есть индекс (одно из возможных значений $v = 1, 2, \dots$), которая обеспечит более глубокий абсолютный минимум квадратичному функционалу и функции F по коэффициентам $\{\tilde{C}_i^k\}$, т.е. обеспечит наилучшее из возможных приближений к $z(x)$ в метрике пространства L_2 . А значит, возможно достижение требуемой точности приближения при минимальном значении n . Если же поиск этого базиса вести с учетом градаций сложности таких базисов, определяемых некоторой заданной шкалой сложности M , то будет найден искомый оптимальный базис.

Итак, принятый подход к решению краевой задачи (2), (3) позволяет формализовать задачу построения оптимального базиса и сформулировать ее следующим образом.

Пусть задана шкала сложности M .

Задача MN. Найти такие значения $n^*, \alpha^* = (\alpha_1^*, \dots, \alpha_n^*)$, что

$$F(n^*, \alpha^*) = \min_{n \leq N(\varepsilon), \alpha \in Q} \left\{ - \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^l C_j (\alpha_1, \dots, \alpha_l) Y(\alpha_j) \right]^2 \right\}$$

При ограничении $\|\tilde{z} - \tilde{z}\| \leq \delta_0$ и минимально возможной сложности базиса $\{\phi_i\}$, определяемой шкалой M .

Решением этой задачи является базис $\{\phi_i^*(x)\}$, где $\phi_i^*(x) = \phi_i(\beta_i^*, x)$, $\beta_i^* = (\alpha_1^*, \dots, \alpha_l^*)$, $i = 1, \dots, n^*$,

и элемент

$$\tilde{z}^*(x) = \sum_{i=1}^{n^*} D_i^* f_i^*(x) = \sum_{i=1}^{n^*} D_i^* f_i^*(x) \quad (11).$$



Немаловажным обстоятельством является сохранение предыдущих результатов расчета $\tilde{z}(x)$ при переходе к большему значению n . Этот факт явился предпосылкой модификации формулировки задачи MN с целью обеспечения постоянства числа переменных поиска при любом значении n .

Отметим, что функцию F можно представить в виде

$$F = \sum_{i=1}^n F_i,$$

где

$$F_i = -\tilde{C}_i^2 = -\left[\sum_{j=1}^l b_j(\alpha_1, \dots, \alpha_i) Y(\alpha_j) \right]^2, \quad i = 1, \dots, n.$$

Тогда возможна следующая задача построения $\tilde{z}(x)$.

Задача МК. Последовательно увеличивая значение n , найти такую числовую последовательность $\{\alpha_i^0\}$, что

$$F_n(\alpha_n^0) = \min_{\alpha \in Q} F_n(\alpha), \quad n = 1, \dots, N(\epsilon)$$

при ограничении $\|z - \tilde{z}\| \leq \delta_0$ и минимально возможной сложности базиса $\{\phi_i\}$, определяемой шкалой сложности M .

Решением этой задачи является базис $\{\phi_i^0(x)\}$, где

$$\phi_i^0(x) = \phi_i(\beta_i^0, x), \quad \beta_i^0 = (\alpha_1^0, \dots, \alpha_i^0), \quad i = 1, \dots, n^0,$$

и элемент

$$\tilde{z}^0(x) = \sum_{i=1}^{n^0} C_i^0 \phi_i^0(x) = \sum_{i=1}^{n^0} D_i^0 f_i^0(x) \quad (12).$$

Сразу же отметим, что решение задачи **МК** не идентично решению задачи **MN**, точнее, базис $\{\phi_i^0\}$ в общем случае сложнее базиса $\{\phi_i^*\}$ прежде всего по той причине, что $F(n, \alpha^*) \leq F(n, \alpha^0)$ как при $n = n^*$, так и при $n = n^0$. Доказательство этого следует из разной постановки задач. Если задача **MN** ориентирует на построение оптимального базиса без оптимизации каждого его элемента, то задача **МК** ориентирует на последовательную оптимизацию каждого элемента отыскиваемого базиса, начиная с первого. Однако и тот и другой базис строятся на основе требования достижения максимально возможной точности приближения в $L_2(\sigma)$ при фиксированном значении n , и хотя их возможности в этом различны, так как $F(n, \alpha^*) \leq F(n, \alpha^0)$, это гарантирует меньшую их сложность по сравнению с другими, построенными на основе системы сечений E .

Будем называть процедуру поиска базиса и элемента $\tilde{z}(x)$ в соответствии с постановкой сформулированных выше задач спектральной оптимизацией искомого приближения или модели, а построенный при этом базис — оптимальным в смысле поставленной задачи.

Введем оценку эффективности решения граничной задачи тем или иным методом. Такой оценкой может служить значение функционала $G_{12}(\tilde{z})$, вычисляемого по формуле

$$G_{12}(\tilde{z}) = \frac{\lg(n+1)}{km},$$

причем значение k вычисляется по формуле:

$$k = -\lg \delta_z,$$

где δ_z — относительная среднеквадратическая погрешность приближения

$$\delta_z = \delta / \|z\|_2 = \|z - \tilde{z}\|_2 / \|z\|_2.$$

Если учесть, что

$$\delta = \|z - \tilde{z}\|_2 = \left[\|z\|_2^2 + F(n, \alpha) \right]^{\frac{1}{2}},$$

то для функционала $G_{12}(\tilde{z})$ в этом случае при $n \leq N(\epsilon)$ получим следующее выражение:

$$G_{12}(\tilde{z}) = \frac{2}{m} \lg(n+1) / \left\{ \lg \|z\|_2^2 - \lg \left[\|z\|_2^2 + F(n, \alpha) \right] \right\} \quad (13).$$

Выделим четыре класса базисов в зависимости от значения функционала $G_{12}(\tilde{z})$. Будем считать, что выбранный или построенный базис относится:

- к **классу 1** при $G_{12} \leq 0,33$;
- к **классу 2** при $0,33 < G_{12} \leq 0,5$;
- к **классу 3** при $0,5 < G_{12} \leq 1$;
- к **классу 4** при $G_{12} \geq 1$.

Меньшему значению G_{12} соответствует более удачный базис. Так, при $m=1$ и $n=9$ базис класса 1 обеспечивает относительную точность приближения не хуже 10^{-3} , класса 2 — не хуже 10^{-2} , класса 3 — не хуже 10^{-1} и класса 4 — не хуже 10^{-1} .

Такая классификация базисов близка к принятой в работе [10] и также исходит из возможностей современных вычислительных средств решать пространственные граничные задачи.

Значения G_{12} , характеризующие эффективность полученных приближений, приведены в последующих главах. Согласно этим значениям построенные базисы относятся либо к классу 1, либо к классу 2. Такие результаты подтверждают не только работоспособность



программ, но и целесообразность применения спектральной оптимизации при расчете динамических характеристик объектов и систем, так как поиск оптимальных базисов для построения $\tilde{z}(x)$ позволяет прежде всего значительно снизить число членов аппроксимирующих рядов для достижения требуемой точности приближения.

АЛГОРИТМ И ПРОГРАММА.

Укрупненный алгоритм решения исходной краевой задачи (2), (3) в предложенном варианте включает следующие этапы:

1. Выбор интегрального преобразования.
2. Преобразование исходной краевой задачи (2), (3) в интегральное уравнение (6).
3. Корректировка (если это необходимо) интегрального уравнения (6) в направлении перехода к интегральному уравнению (7).
4. Решение задачи MN или задачи MK.
5. Построение искомого приближения в виде ряда (4) или (5).

Первые три этапа предполагают аналитические преобразования исходной краевой задачи, а два последних — ее численное решение на ЭВМ. Программа, обеспечивающая это решение, написана на языке ФОРТРАН 90/95 в версии современных ЭВМ и позволяет определять аналитические выражения решений линейных дифференциальных уравнений обыкновенных либо с частными производными, описывающими соответствующие, в том числе и диффузионные процессы [11]. Ее основу составляют алгоритмы реализации методологии спектральной оптимизации приближений при решении линейных дифференциальных уравнений в частных производных с постоянными и переменными коэффициентами, изложенной выше и позволяющей найти приближенное решение исходного дифференциального уравнения в виде быстросходящегося в классе линейно независимых функций ортонормированного ряда. В соответствии с этой методологией для применения алгоритма исходное дифференциальное уравнение преобразуется в интегральное уравнение первого рода с помощью многократного интегрального преобразования и предложенных способов исключения «лишних» граничных условий, а затем искомое решение строится из ортонормированных функций, обеспечивающих наибольшую скорость сходимости приближения к точному решению, что и гарантирует корректность результата.

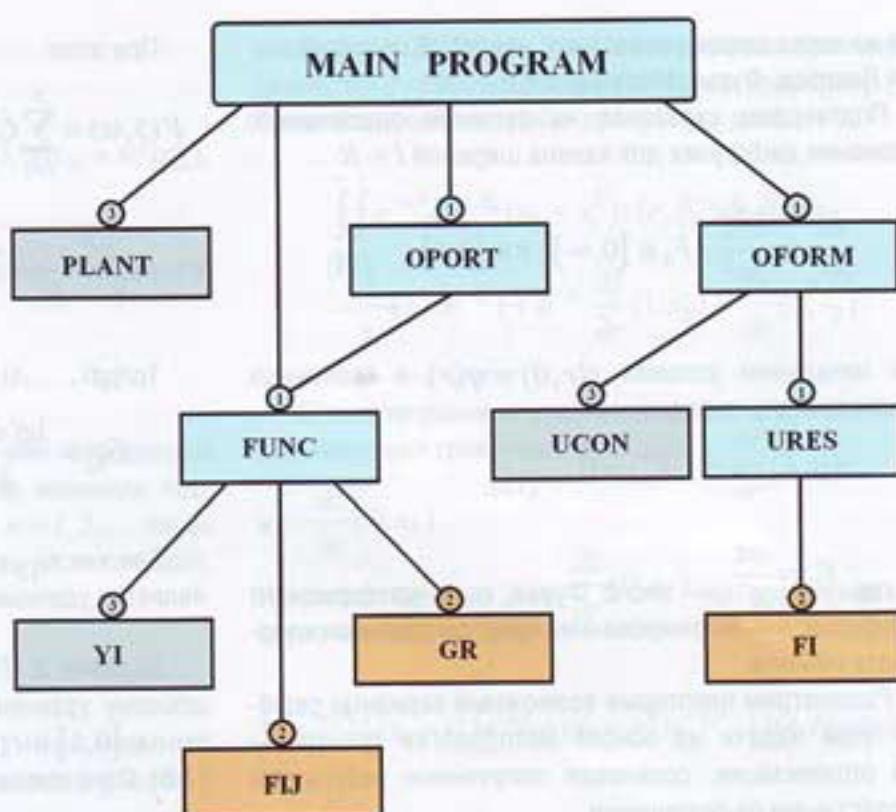


Рис.3. Структурная схема программы

Структура этой программы отражена на рис. 3, где обозначено: 1-универсальные подпрограммы; 2-специализированные подпрограммы; 3-разовые подпрограммы.

ПОДТВЕРЖДЕНИЕ МЕТОДА. Разработанный укрупненный алгоритм, алгоритмы поэтапного решения задач и соответствующее им программное обеспечение задач построения оптимальных базисов прошли отладку на современных компьютерах и апробированы при решении тестовых, контрольных и практических задач, часть которых представлены ниже. Полученные результаты свидетельствуют о том, что достаточная для практических целей точность решения этих задач получена при небольших значениях π практически независимо от выбранного исходного интегрального преобразования именно в виду того, что базисные системы элементов являются оптимальными. Этот факт позволяет утверждать, что принятая методология расчета динамических характеристик допускает в определенной мере формальный подход к выбору ядра интегрального преобразования, так как имеется гарантия достижения практически приемлемой точности приближения при малом значении π .

Применение предложенных процедур исключения «лишних» граничных функций в сочетании с алгоритмами построения оптимальных базисов позволяет в ряде случаев получать решения, идентичные решениям тех же краевых задач методами конечных интегральных преобразований [9], и в то же время расширяет возможности применения неспециальных интегральных преобразова-



ний из числа широко известных, например преобразования Лапласа, Фурье, Меллина и т. п.

Подтвердим сказанное на решении одномерного уравнения диффузии для канала шириной $l = R$:

$$\frac{\partial z}{\partial F_0} = \frac{\partial^2 z}{\partial r^2}, \quad F_0 \in [0, \infty), \quad r \in [0, 1] \quad (14)$$

при начальном условии $z(r, 0) = \psi(r)$ и граничных условиях первого рода

$$z(0, F_0) = z(l, F_0) = 0 \quad (15).$$

где $F_0 = \frac{a\tau}{R^2}$ — число Фурье; a — коэффициент диффузии; r — нормированная пространственная координата объекта.

Рассмотрим некоторые возможные варианты решения этой задачи на основе методологии спектральной оптимизации, сравнивая полученные результаты с известными ее решениями.

Вариант 1. Начнем с классического решения этой краевой задачи методом конечных интегральных преобразований [9].

При функции $\psi(r)$, удовлетворяющей условиям Дирихле [7], можем записать искомое решение в виде

$$z(r, F_0) = 2 \sum_{i=1}^{\infty} \sin(i\pi r) e^{-\pi^2 i^2 F_0} \int_0^1 \sin(i\pi r) \psi(r) dr \quad (16).$$

Для конкретизации дальнейших рассуждений примем $\psi(r) = 1$. Тогда

$$z(r, F_0) = 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_i} \sin(2\mu_i r) e^{-4\mu_i^2 F_0},$$

где $\mu_i = 0.5\pi(2i-1)$, $i = 1, 2, \dots$

Опираясь на предложенную классификацию, дадим оценку эффективности приближения при $n = 5$. Для определения значения $\|z\|_2^2$ воспользуемся полнотой и ортогональностью системы

$$E = \left\{ \sin(\alpha_{1j}\pi r) e^{-\alpha_{2j}F_0}; \alpha_{1j} = 1, 2, \dots, \alpha_{2j} = \pi^2 \alpha_{1j} \right\}.$$

Согласно равенству Парсеваля-Стеклова [7], имеем

$$\|z\|_2^2 = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{C}_i^2 = \frac{4}{\pi^4} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(2i-1)^4} = 0,04166577.$$

При этом

$$F(5, \alpha) = \sum_{i=1}^5 \tilde{C}_i^2 = \frac{4}{\pi^4} \sum_{i=1}^5 \frac{1}{(2i-1)^4} = 0,04165992.$$

$$k = -\lg \sqrt{\frac{\|r\|_2^2 + F(n, \alpha)}{\|r\|_2^2}} = -\lg \sqrt{\frac{0,04166577 - 0,04165992}{0,04166577}} = 3,9265.$$

Тогда

$$G_{12} = \frac{\lg(n+1)}{km} = \frac{\lg(5+1)}{3,9265 \cdot 2} = 0,099.$$

Так как $G_{12} = 0,099 < 0,33$, то построенный базис является удачным, являясь базисом класса 1.

Вариант 2. Применим к исходному дифференциальному уравнению (14) синус-преобразование Фурье по $r \in [0, 1]$ и преобразование Лапласа по $F_0 \in [0, \infty)$ [7, 8]. С учетом заданных краевых условий получим

$$\int_0^1 \int_0^1 \sin(s_1 \pi r) e^{-s_2 F_0} (s_2 + \pi^2 s_1^2) z(r, F_0) dr dF_0 = \Phi(s_1) \quad (17),$$

$$\text{где } \Phi(s_1) = \int_0^1 \sin(s_1 \pi r) \psi(r) dr,$$

или

$$\int_0^1 \int_0^1 \sin(s_1 \pi r) e^{-s_2 F_0} z(r, F_0) dr dF_0 = \Phi(s_1) / (s_2 + \pi^2 s_1^2)$$

Для дальнейшего решения этой задачи разработанным методом из последнего интегрального уравнения имеем следующую систему сечений:

$$E = \left\{ \sin(\alpha_{1j}\pi r) e^{-\alpha_{2j}F_0}; \alpha_{1j} = 1, 2, \dots, \alpha_{2j} = \pi^2 \alpha_{1j} \right\},$$

которая при целочисленных значениях $\alpha_{1j} = j = 1, 2, \dots$ образует ортогональную, но не нормированную последовательность функций. Ей соответствующая ортонормированная последовательность имеет вид:

$$\phi_i(r, F_0) = 2\sqrt{\alpha_{1i}} \sin(\alpha_{1i}\pi r) e^{-\alpha_{2i}F_0}, \quad i = 1, 2, \dots,$$

и коэффициенты Фурье ряда

$$\sum_{i=1}^n \tilde{C}_i \phi_i(r, F_0) = \tilde{z}(r, F_0)$$



будут вычисляться по формуле:

$$\tilde{C}_i = \sum_{j=1}^n b_{ij} Y(\alpha_{1j}, \alpha_{2j}) = 2\sqrt{\alpha_{1j}} \Phi(\alpha_{1j}) / (\alpha_{2j} + \pi^2 \alpha_{1j}^2).$$

Это позволяет определить и функцию $F(n, \alpha)$, так как

$$F(n, \alpha) = \sum_{i=1}^n F_i(\alpha_i) = -\sum_{i=1}^n \tilde{C}_i^2(\alpha_1, \dots, \alpha_i).$$

Ввиду того что значения $\{\alpha_{1j}\}$ уже определены условием ортогональности, определим минимум последовательности функций $F_n(\alpha_n)$, $n=1, 2, \dots$ лишь по параметрам $\{\alpha_{2j}\}$. Аналитические вычисления дают, что при

$$\alpha_{1n} = n, \quad \alpha_{2n} = \pi^2 \alpha_{1n}^2$$

каждая из функций $F_n(\alpha_n)$, $n=1, 2, \dots$ имеет минимум. Отметив, что система линейно независимых функций

$$\left\{ \sin(\alpha_{1j} \pi r) e^{-\alpha_{2j} F_0}; \alpha_{1j} = 1, 2, \dots, \alpha_{2j} = \pi^2 \alpha_{1j}^2 \right\}$$

при $r \in [0, 1]$ и $F_0 \in [0, \infty)$ полна в подпространстве решений исходной краевой задачи при функции $\psi(r)$, удовлетворяющей условиям Дирихле, можем записать искомое решение в виде

$$z(r, F_0) = 2 \sum_{i=1}^{\infty} \sin(i \pi r) e^{-\pi^2 i^2 F_0} \int_0^1 \sin(i \pi r) \psi(r) dr \quad (18),$$

что совпадает с решением этой задачи методом конечных интегральных преобразований (16) при тех же требованиях к $\psi(r)$ [9].

Как и в варианте 1 в ходе дальнейших рассуждений примем $\psi(r)=1$. Тогда

$$z(r, F_0) = 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_i} \sin(2 \mu_i r) e^{-4 \mu_i^2 F_0} \quad (19),$$

где $\mu_i = 0.5 \pi (2i-1)$, $i=1, 2, \dots$

Дадим оценку эффективности приближения. Так же как и в варианте 1 при $n=5$, имеем $G_{12} = 0.099 < 0.33$, т.е. построенный базис является удачным, являясь базисом класса 1.

Заметим, что ядро интегрального преобразования в данном случае выбрано (а не построено) в соответствии с требованиями методов конечных интегральных преобразований, благодаря чему в ходе интегральных преобразований не появились «лишние» граничные функции, однако это решение получено разработанным методом, т.е. минуя идеологию методов конечных интегральных преобразований.

Вариант 3. Рассмотрим возможность применения двумерного преобразования Лапласа к уравнению (14). Такое его преобразование при $\psi(r)=1$ дает

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \int_0^1 e^{-s_1 r} e^{-s_2 F_0} (s_2 - s_1^2) z(r, F_0) dr dF_0 = \\ & = \frac{1}{s_1} (1 - e^{-s_1}) + e^{-s_1} \frac{\partial \bar{z}}{\partial r}(1, s_2) - \frac{\partial \bar{z}}{\partial r}(0, s_2). \end{aligned}$$

Это интегральное уравнение имеет в правой части две «лишних» граничных функции: $\frac{\partial \bar{z}}{\partial r}(1, s_2)$ и $\frac{\partial \bar{z}}{\partial r}(0, s_2)$.

Исключая одну из них $\frac{\partial \bar{z}}{\partial r}(0, s_2)$ по предложенному выше способу, получим

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \int_0^1 e^{-s_2 F_0} [(s_2 - s_1^2) e^{-s_1 r} - (s_2 - p_1^2) e^{-p_1 r}] z(r, F_0) dr dF_0 = \\ & = \frac{1}{s_1} (1 - e^{-s_1}) - \frac{1}{p_1} (1 - e^{-p_1}) + (e^{-s_1} - e^{-p_1}) \frac{\partial \bar{z}}{\partial r}(1, s_2). \end{aligned}$$

Учитывая симметрию граничных условий, целесообразно принять $p_1 = -s_1$, что дает

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \int_0^1 e^{-s_2 F_0} (s_2 - s_1^2) (e^{s_1 r} - e^{-s_1 r}) z(r, F_0) dr dF_0 = \\ & = \frac{1}{s_1} (e^{s_1} + e^{-s_1} - 2) + (e^{s_1} - e^{-s_1}) \frac{\partial \bar{z}}{\partial r}(1, s_2) \quad (20). \end{aligned}$$

Пусть $s_1 = jq$, т.е. является чисто мнимым параметром при действительных значениях q . Тогда, учитывая, что

$$\frac{1}{2j} (e^{jqr} - e^{-jqr}) = \sin(qr),$$

нетрудно привести (20) к следующему интегральному уравнению первого рода:

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \int_0^1 \sin(qr) e^{-s_2 F_0} (s_2 + q^2) z(r, F_0) dr dF_0 = \\ & = \frac{1}{q} (1 - \cos q) + \frac{\partial \bar{z}}{\partial r}(1, s_2) \sin q, \end{aligned}$$

которое при $q = i\pi$, $i=1, 2, \dots$ позволяет исключить вторую «лишнюю» граничную функцию $\frac{\partial \bar{z}}{\partial r}(1, s_2)$

т.к. $\sin(i\pi) = 0$, $i=1, 2, \dots$

Тогда последнее уравнение принимает вид



$$\int_0^1 \int_0^1 \sin(i\pi r) e^{-s_2 F_0} (s_2 + i^2 \pi^2) z(r, F_0) dr dF_0 =$$

$$\frac{1}{i^2 \pi^2} [1 - \cos(i^2 \pi^2)],$$

соответствующий уравнению (17) при $\psi(r)=1$. Ход его дальнейших преобразований до получения искомого решения в виде ряда (19) аналогичен варианту 2. Отметим, что такой вариант решения рассматриваемой краевой задачи подтверждает возможность исключения «лишних» граничных функций, опираясь на особенности сформулированной исходной задачи и ее решения.

Вариант 4. Определим приближение для $z(r, F_0)$ также на основе двумерного преобразования Лапласа. Но, в отличие от предыдущего варианта, подойдем к этому преобразованию формально, т.е. не будем учитывать симметрию граничных условий при $p_1 \neq -s_1$ и действительных значениях $s_1 \in (-\infty, \infty)$. В этом случае исходное интегральное уравнение будет иметь вид

$$\int_0^1 \int_0^1 K(s_1, s_2, r, F_0) z(r, F_0) dr dF_0 = \Phi(s_1, s_2).$$

В таблице приведены результаты расчета. В этом случае

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \int_0^1 e^{-s_1 r} e^{-s_2 F_0} (s_2 - s_1^2) z(r, F_0) dr dF_0 = \\ & = \frac{1}{s_1} (1 - e^{-s_1}) + e^{s_1} \frac{d\bar{z}}{dr}(1, s_2) - \frac{d\bar{z}}{dr}(0, s_2). \end{aligned}$$

В правой части этого интегрального уравнения имеем

$$\frac{d\bar{z}}{dr}(1, s_2) = \frac{d\bar{z}}{dr}(0, s_2)$$

и можем обозначить

$$\left. \frac{dz}{dr} \right|_{r=0} = - \left. \frac{dz}{dr} \right|_{r=1} = z_l(F_0).$$

Тогда имеем

$$\int_0^1 \int_0^1 e^{-s_1 r} e^{-s_2 F_0} (s_2 - s_1^2) z(r, F_0) dr dF_0 = \frac{1}{s_1} (1 - e^{-s_1}) + (1 + e^{-s_1}) \bar{z}_l(s_2),$$

После исключения «лишней» граничной функции $\bar{z}_l(s_2)$ окончательное интегральное уравнение первого рода будет иметь вид:

$$\int_0^1 \int_0^1 [A(p_1) K_0(s_1, s_2, r, F_0) - A(s_1) K_0(p_1, s_2, r, F_0)] z(r, F_0) dr dF_0 =$$

$$= A(p_1) F(s_1) - A(s_1) F(p_1), \quad (s_1 \neq p_1),$$

где

$$K_0(s_1, s_2, r, F_0) = e^{-s_1 r} e^{-s_2 F_0} (s_2 - s_1^2);$$

$$A(s_1) = 1 + e^{-s_1}; \quad F(s_1) = \frac{1}{s_1} (1 - e^{-s_1}).$$

Здесь при $n=5$ $F(n, \alpha)=-0.04122819$ и соответственно $G_{12}=0.39<0.5$, а значит, построен базис класса 2.

Вариант 5. Можно предложить и иные варианты ядра интегрального преобразования. Так, если в исходной краевой задаче выполнить замену независимой переменной r на $x=2r$, то $x \in [0, 2]$, $l=2R$ при $r \in [0, 1]$ и ее решение в изображениях по Лапласу определяется интегральным уравнением:

$$\int_0^1 e^{-pF_0} z(x, F_0) dF_0 = \frac{1}{p} - \frac{1}{p ch(\sqrt{p})} ch[\sqrt{p}(x-1)] \quad (21).$$

В этом случае в качестве ядра интегрального преобразования по x можно принять

$$h_x(s_1, x) = 1 - e^{-s_1 x} \quad (22).$$

при $s_1 > 0$ и $x \in [0, 1]$, так как функция $z(x, F_0)$ монотонно возрастает при изменении x от нуля до единицы и симметрична относительно вертикали $x=1$.

Введя в уравнение (21) новый параметр $s_2 = \sqrt{p}$ и применив к нему интегральное преобразование с ядром (22), получим

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (1 - e^{-s_1 x}) e^{-s_2^2 F_0} z(x, F_0) dF_0 dx = \\ & = \frac{1}{s_2^2} \left[1 - \frac{th(s_2)}{s_2} - \frac{1 - e^{-s_2}}{s_2} + \frac{1}{2ch(s_2)} \left[e^{-s_2} \frac{1 - e^{-(s_1+s_2)}}{s_1 - s_2} + e^{s_2} \frac{1 - e^{-(s_1+s_2)}}{s_1 + s_2} \right] \right]. \end{aligned}$$

Здесь приближение для $z(x, F_0)$ будет строится в классе базисов

$$E = \left\{ (1 - e^{-\alpha_{1j} x}) e^{-\alpha_{2j}^2 F_0}; \alpha_{1j} > 0, \alpha_{2j} > 0 \right\},$$



причем каждый элемент построенного базиса будет удовлетворять граничному условию $z(0, F_0) = 0$, но не удовлетворять условию симметрии искомой функции:

$$\frac{dc}{dx} = 0 \Big|_{x=1}$$

Учитывая, что в этом случае $\|z\|_2^2 = 0,1666631$,

а при $n=5$ $F(n, \alpha) = -0,1663169$, имеем $G_{12} = 0,29 < 0,33$, следовательно, построенный базис следует отнести к классу 1.

Результаты расчета $\tilde{z}(x, F_0)$ также приведены в таблице и на рис. 4.

Результаты приближенного решения уравнения теплопроводности

Вариант	4	5
α_{12}	-1,38	1,8
	-2,45	2,68
	14,53	8,14
	18,69	-0,086
	19,27	13,81
α_{22}	11,2	1,6
	12,4	4,33
	7,6	5,4
	8,4	6,68
	8,9	8,46
α_{32}	-1,6	
	-6,1	
	-1,51	
	-9,31	-
	-10,7	
D	0,227165472	1,59829103
	0,0147703664	-0,57545302
	0,00408040511	0,97576856
	-0,318928413x10 ⁻⁵	13,1390086
	0,507301778x10 ⁻⁶	0,21716472
$-F(5, \alpha)$	0,04122819	0,1663169

Резюмируя вышесказанное, можно сделать вполне очевидные выводы.

Необходимость поиска специального интегрального преобразования при решении краевых задач для диффузионных процессов обусловлена стремлением исключить присутствие в интегральном уравнении незаданных (и соответственно неизвестных) краевых условий или значений искомой функции и ее производных. Этим же стремлением продиктовано применение способов исключения «лишних» граничных функций из интегрального уравнения, полученного на основе классических (неспециальных) интегральных преобразований исходной краевой задачи. И в том, и в другом случае

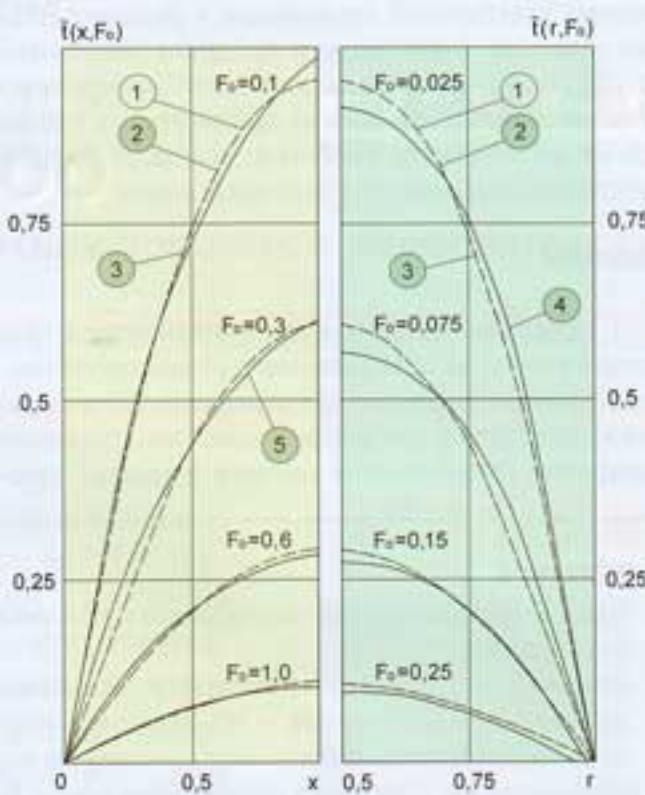


Рис. 4. Приближенные решения уравнения теплопроводности при граничных условиях первого рода (цифра в круге – вариант решения).

окончательный результат, т. е. интегральное уравнение, взаимно однозначно соответствующее исходной краевой задаче, не содержит незаданных граничных условий, т. е. требуемый результат достигнут, но движение к нему шло различными путями.

И тем не менее возможно совпадение результатов ввиду возможной полной идентичности интегральных уравнений, что подтверждает следующее обстоятельство.

Применение методов конечных интегральных преобразований позволяет решить рассматриваемую краевую задачу на основе вполне конкретного и единственного интегрального преобразования, связанного с математическими особенностями решаемой задачи, а значит, результат будет представлен в классе вполне конкретного базиса. В то же время предлагаемый математический аппарат дает возможность выбора базиса, причем среди возможных присутствует и базис метода конечных интегральных преобразований.

Единственno открытym остается вопрос о скорости сходимости соответствующих рядов, которая естественно будет различной, если базисы не идентичны. Но часто это несущественно, т. к. каждый из этих рядов строится на базисе, обеспечивающем максимальную скорость сходимости ряда.

Не вдаваясь в трудоемкость аналитических процедур каждого из методов, можно лишь отметить, что при-



менение спектральной оптимизации к решению краевых задач для диффузионных процессов значительно расширяет возможности классических интегральных преобразований и повышает их эффективность с точки зрения достоверности результата, благодаря быстрой сходимости приближений к искомой функции.

ВЫВОДЫ

1. Предложен численно-аналитический метод и программа расчета на ЭВМ динамики в общем случае пространственных диффузионных процессов путем решения краевой задачи для дифференциального уравнения диффузии, коэффициенты которого и краевые усло-

вий являются функциями пространственных координат и времени.

2. Метод предусматривает аналитическое преобразование исходной краевой задачи в интегральное уравнение с помощью известных интегральных преобразований, например преобразования Лапласа или иного, обеспечивающего взаимно однозначное соответствие между исходной краевой задачей и полученным интегральным уравнением.

2. Программное обеспечение метода рассчитано на современные ЭВМ и ориентировано на построение быстросходящегося к искомой функции ортонормированного ряда, что гарантирует корректность результатов счета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вода России. Математическое моделирование в управлении водопользованием/Под науч. ред. Черняева А.М. — Екатеринбург: АКВПРЕСС, 2001.
2. Макухина О.В., Кондюрина Т.А., Фесенко Л.Н. Экспресс-метод прогнозирования загрязнения воды вблизи речных водозаборов в условиях аварийных выбросов. — ВСТ, 2010, №4, с.14–18.
3. Петросян О.П. Структура турбулентности взвесивнесущих потоков//Материалы IV Всесоюзной научной конференции «Закономерности проявления эрозионных и русловых процессов». — М.: МГУ, 1987.
4. Петросян О.П. Энергетические спектры турбулентности руслового потока. — Гидрология 2000, М., 1986.
5. Кожевников А. Б., Петросян О.П. Эффективная идентификация технологических объектов водоподготовки//Материалы IV Международной научно-практической конференции «Технологии очистки воды». — Калуга, 2008, с. 140–143.
6. Кожевников А. Б. Программа спектральной оптимизации в классе неортогональных базисов. — М.: Роспатент, св. гос. рег. № 2010612879, 2010, 59 с.
7. Корн Г. и Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М.: Наука, 1968, 720 с.
8. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. — М.: Наука, 1965, 288 с.
9. Мартыненко Н.А., Пустыльников Л.М. Конечные интегральные преобразования и их применение к исследованию систем с распределенными параметрами: Справочное пособие/Под ред. Бутковского А.Г. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1986, 304 с.
10. Алексидзе М.А. Решение граничных задач методом разложения по неортогональным функциям. — М.: Наука, 1978, 352 с.
11. Кожевников А. Б. Программа спектральной оптимизации ортонормированных базисов при решении краевых задач. — М.: Роспатент, св. гос. рег. № 2010614420, 2010, 67 с.

БЕГУЩЕЙ СТРОКОЙ

«БАРНАУЛЬСКИЙ ВОДОКАНАЛ» НАПРАВИТ НА РЕАЛИЗАЦИЮ ПРИРОДООХРАННЫХ МЕРОПРИЯТИЙ 40 МЛН РУБ.

В 2011 году «Барнаульский Водоканал» (входит в ГК «РОСВОДОКАНАЛ») около 40 миллионов рублей направит на реализацию природоохранных мероприятий. Об этом сообщил генеральный директор предприятия Николай Несветайлов. В первую очередь эти средства будут реализованы на проекты по улучшению качества очистки сточных вод.

По словам Несветайло, на очистные сооружения канализации водоканала поступают стоки большинства предприятий города, учреждений социальной сферы и бытовых потребителей. Лишь немногие крупные предприятия имеют свои локальные очистные сооружения, поэтому основную очистку сточных вод проходят именно на водоканале. При этом, в соответствии с природоохранным законодательством, к качеству очистки сточных вод предъявляются очень жесткие требования, поскольку очищенные стоки отводятся водоканалом в реку Обь.

Процесс очистки на водоканале состоит из нескольких этапов — механического, биологического и химического. Стоки, сбрасываемые после этого в Обь, по ряду показателей даже чище, чем природная вода в реке, отметили в компании.

Источник: ИА REGNUM



Вода – дело компетентных

наша продукция

ХЛОРАТОРЫ АХВ-1000

и средства автоматизации технологических процессов водоподготовки

ПРИГЛАШАЕМ ВАС ПОСЕТИТЬ НАШ СТЕНД G4.3 НА ВЫСТАВКЕ ЭКВАТЕК

СИСТЕМА НЕЙТРАЛИЗАЦИИ АВАРИЙНЫХ ВЫБРОСОВ ХЛОРА

Система нейтрализации газообразного хлора М6000С (Разрешение на применение ФСТН РФ № РРС 00-33523 от 26.03.2009 г., код заказа: СНГХ/М6000С) предназначена для удаления аварийного выброса газообразного хлора из помещений, где хранятся запасы хлора, размещено оборудование систем обеззараживания воды хлором и его нейтрализации в целях защиты персонала и окружающей среды от поражения хлором. Устройство состоит из резервуара с нейтрализующим раствором, центробежного насоса для циркуляции раствора и эжектора для вакуумного всасывания хлора в поток нейтрализующего раствора и датчика хлора в воздухе. Производительность системы согласуется с заказчиком.



НОВИНКА



**ОТЕЧЕСТВЕННЫЕ ТОВАРЫ
НА УРОВЕНЬ
МИРОВЫХ СТАНДАРТОВ**

Модельный ряд хлораторов АХВ-1000 выполняет требования ПБ 09-594-03 и содержит типоразмерный ряд Р (АХВ-1000/Р), а также типоразмерный ряд Е (АХВ-1000/Е), модификации которых перекрывают диапазон производительности по хлору от 0,1 кг/ч (спецзаказ 0,01 кг/ч) до 200 кг/ч. Типоразмерный ряд Р ориентирован на конструктивное выделение основных узлов изделия с целью доступа к местам их соединения для обеспечения высокой ремонтопригодности устройства, а типоразмерный ряд Е - на максимальную компактность изделия.

ООО ФЗО «КРАВТ» совместно с ОАО ПКТИ «ПАРФЮМПРОЕКТ» обеспечит полный пакет профессиональных услуг по созданию систем водоподготовки - от проектирования объектов и их экспертизы до поставки оборудования, его монтажа, наладки, а также обучение обслуживающего персонала, гарантийное и послегарантийное обслуживание.

Лицензия №903999 от 13 августа 2007 г.
регистр № ГС-1-42-02-26-0-4028000791-002881-5
Министерство по строительству и жилищно-коммунальному хозяйству «Проектирование зданий и сооружений в единой ответственности в соответствии с международным стандартом»

Разрешение на применение
ФСТН РФ № РРС 00-25647
от 03.08.2007 г.
«Хлоратор АХВ-1000
(модели АХВ-1000/Р
и АХВ-1000/Е)»

Сертификат соответствия
№ РОСС RU.ME20.H01529
от 24.07.2007 г.
«Хлоратор АХВ-1000
ТУ4213-004-20728077-91
Серийный выпуск»

САНИТАРНО-
ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКОЕ
ЗАКЛЮЧЕНИЕ
№40.01.05.0.000911.11.08
от 17.11.2008 г.
на ТУ4213-004-20728077-91

наши дилеры

ООО «КСКА-БАТ» (Северо-западный федеральный округ) 195027, Санкт-Петербург, пл. Красногвардейская, д. 2, офис 216, тел.: (812) 320-94-95, факс: (812) 320-94-96

ООО "Сибирь" (Уральский федеральный округ) 620142, Екатеринбург, ул. Шарта, д. 7, тел./факс: (343) 269-04-08, 269-04-05

ООО "Сибирь-Инвест" (Южный федеральный округ) 344091, Челябинск, ул. Кировская, 11/95, тел./факс: (3522) 253-34-00, 02-29-00, 02-29-01