ЭФФЕКТИВНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ВОДОПОДГОТОВКИ

А.Б. Кожевников,
ООО ФСП «КРАВТ», г. Калуга, Россия
О.П. Петросян
МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Калуга, Россия

Рассматривается построение математических моделей технологических объектов водообработки, позволяющих оптимизировать и прогнозировать процесс водообработки.

Под идентификацией в широком смысле понимается получение или уточнение по экспериментальным данным модели реального объекта, выраженной в тех или иных терминах или посредством того или иного математического аппарата. В последнее время проблемы идентификации на стадии исследований и проектирования срослись с относительно новым направлением в моделировании объектов, а именно: с планированием многофакторных экспериментов.

Рассмотрим задачу идентификации безынерционного объекта, динамические свойства которого не учитываются ввиду их несущественного влияния на искомый результат, а воздействия на объект представляют собой не случайные функции, а случайные величины. В этих условиях выходная переменная рассматривается также как случайная величина. Такое описание реального процесса в широком ряде практических случаев является вполне достаточным для решения задач управления, оптимизации технологических режимов, оптимального дозирования компонентов (реагентов), влияющих на качество конечного продукта, что весьма важно в технологических процессах водоподготовки [1].

Вышеизложенное позволяет утверждать, что для получения надежных результатов целенаправленного исследования безынерционных объектов необходимо, основываясь на результатах обработки соответствующих статистических данных, иметь математический аппарат, позволяющий построить регрессионную модель объекта с гарантированно высокой степенью адекватности реальному процессу. Одним из вариантов такой гарантии является приложение спектральной оптимизации к задачам построения регрессионных моделей [2].

Предлагается метод планирования эксперимента и обработки его результатов, позволяющий строить многофакторные нелинейные регрессионные модели в виде

$$\tilde{y}(x) = \sum_{i=1}^{n} D_i H(b_i, x),$$

с обеспечением требований адекватности (точности) при минимальном значении n. Здесь $x = (x_1, \ldots, x_k)$, а b_i - параметры, значения которых определяют линейную независимость функций $H(b_i, x)$ $i = \overline{1, n}$.

Планирование эксперимента осуществляется в соответствии с полным факторным экспериментом типа $2^к$ [2]. Далее во всей области факторного пространства Ω выделяются подобласти Ω_j, $j = \overline{i, M}$, в пределах которых строятся соответствующие полному факторному эксперименту регрессионные модели

$$y_j(x) = \sum_{i_1=0}^{1} \cdots \sum_{i_k=0}^{1} \gamma_i \prod_{v=1}^{k} x_v^{i_v}, \; j = 1, M,$$

с вычислением коэффициентов $\{\gamma_i\} = \{\gamma_{i_1 \ldots i_k}\}$ по известным формулам [2]. Тогда кусочно-непрерывная модель

$$y(x) = \sum_{j=1}^{M} \sigma_j(x) y_j(x),$$

где $\sigma_j(x) = 1$ при $x \in \Omega_j$ и $\sigma_j(x) = 0$ при $x \notin \Omega_j$, $j = \overline{i, M}$, адекватна рассматриваемому явлению.

Для получения непрерывной функциональной зависимости осуществляется аппроксимация $y(x)$ методом построения оптимальных базисов [2], в соответствии с которым к $y(x)$ применяется интегральное преобразование типа преобразования Лапласа [2], но с ядром $H(s,x)$, что дает

$$\int_{\sigma} H(s,x) y(x) dx = Y(s).$$

Отсюда следует, что $\tilde{y}(x)$ можно определить, если параметру интегрального преобразования s присваивать значения b_i, $i = \overline{1,n}$.

Для определения коэффициентов $\{D_i\}$ необходимо, как известно [2], минимизировать квадратичный функционал

$$J = \int_{\sigma} \left[y(x) - \sum_{i=1}^{n} D_i H(b_i, x) \right]^2 dx.$$

Условие абсолютного минимума этого функционала относительно $\{D_i\}$ позволяют вычислить эти коэффициенты путем решения соответствующей этому условию системы линейных алгебраических уравнений, что не представляет затруднений [2]. В данном случае эта система имеет вид:

$$\sum_{i=1}^{n} D_i a_j(b) = Y(b_j), \ j = \overline{1,n},$$

где обозначено

$$a_j(b) = \int_{\sigma} H(b_i, x) H(b_j, x) dx.$$

Если же при этом пойти по пути поиска минимума вышеуказанного функционала и по параметрам $\{b_i\}$, то, очевидно, получим наиболее точное приближение $\tilde{y}(x)$ при фиксированном значении n, так как иных переменных, влияющих на значение этого минимума просто нет, т.е. этот будет точка глобального минимума квадратичного функционала.

Эти рассуждения приводят к выводу, что задачу вычисления $\tilde{y}(x)$ следует формулировать следующим образом: найти такие значения $n^0, \alpha^0 = (\alpha_1^0, \ldots, \alpha_{n^0}^0)$, что $J \le \delta$ и $F(n^0, b^0) = = \min_{n,b} \left(F_1(n,b) + F_2(n,b) \right)$,

где $F_1(n,b) = -2 \sum_{i=1}^{n} D_i Y(b_i)$,

$$F_2(n,b)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}D_i D_j a_j(b_i,b_j),$$

а значения $\{D_i\}$ являются решением системы

$$\sum_{i=1}^{n}D_i a_j(b_i,b_j)=Y(b_j),\ j=\overline{1,n}.$$

Согласно такой формулировке имеем задачи поиска экстремума функции многих переменных при наличии ограничений, решение которой ориентировано не только на возможности современной вычислительной техники, но и на максимальное использование этих возможностей для эффективного решения поставленной задачи.

ВЫВОДЫ

Для построения математических моделей технологических объектов водоподготовки с необходимой для решения последующих задач точностью при минимальном числе аппроксимирующих функций весьма эффективна методология спектральной оптимизации. Эффективность предложенной идентификации достаточно весомо апробирована на объектах водоподготовки безынерционного типа путем обработки и использования в вычислениях экспериментально полученных поточечных данных о взаимосвязи различных параметров, влияющих на конечный результат, в соответствующие аналитические зависимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Технология очистки природных вод: темат. сб. статей/ В.Л. Драгинский, Л.П. Алексеева.- М., 2006.- 400 с.
2. A. Kozhevnikov, O. Bulanov. On constructing an optimal non-linear regression model of a plant or a system/ International symposium on computer arithmetic, scientific computation and mathematical vodelling: Bulgarian academy of sciences. 1999. s. 275 – 278.